ALGORITMOS Y ESTRUCTURAS DE DATOS III
Tercer parcialito / 06-JUL-2020

1. Sea $G = K_n (n \geq 3)$ un grafo completo con pesos asociados a sus aristas. Sea e_{min} cualquier arista de G de peso mínimo, y e_{max} cualquier arista de G de peso máximo. Un camino hamiltoniano de peso mínimo es un camino simple que recorre todos los vértices tal que la suma de los pesos de las aristas es mínima entre todos los caminos simples que recorren todos los vértices.

   a) ¿Es cierto que e_{min} pertenece a algún camino hamiltoniano de peso mínimo de G?

   b) ¿Es cierto que e_{min} pertenece a todo camino hamiltoniano de peso mínimo de G?

   c) ¿Puede pertenecer e_{max} a un camino hamiltoniano de peso mínimo de G?

2. *a*) Sea G un grafo no conexo de $n \geq 3$ vértices, y sea $\overline{G}$ su complemento. Probar que si en G todos los vértices tienen grado a lo sumo $\frac{n}{2} - 1$ entonces $\overline{G}$ tiene un circuito hamiltoniano.

   b) Un grafo hipercubo de dimensión k es un grafo de 2^k vértices, donde cada vértice se identifica con un vector de k dígitos binarios (cada dígito es 0 o 1) y dos vértices son adyacentes si sus vectores correspondientes se difieren en un sólo dígito. Probar que un hipercubo de dimensión al menos 2, tiene un circuito hamiltoniano.

3. *a*) Dado un grafo G de 3 o más vértices y v un vértice de G tal que $\chi(G - v) < \chi(G)$. ¿Es cierto que si G es color critico entonces $G - v$ también lo es?

   b) Mostrar un grafo G color crítico tal que para cualquier vértice v de G vale que $G - v$ también es color crítico.

   c) Mostrar un grafo G color crítico tal que para ningún vértice v de G vale que $G - v$ es color crítico.

   d) Mostrar un grafo G color crítico tal que para algún par de vértices v, w de G vale que $G - v$ es color crítico y $G - w$ no lo es.

4. Sea G un grafo. Demostrar que G es color critico con $\chi(G) = 3$ si y sólo si G es un ciclo impar (ciclo simple con $n \geq 3$).